

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Per descrivere l'interazione del campo su ambienti con muratura-pavimenti, si parte dal presupposto che si può avere a che fare con strutture che possono essere molto diverse fra loro:

- murature recenti in mattone (con spessori di 20-30 cm)
- case più vecchie con mattoni più spessi (50cm)
- mattoni pieni per strutture portanti
- mattoni forati per le strutture interne, con fori dell'ordine di qualche cm (2-3 cm), e con dimensioni quindi di qualche frazione di λ alle frequenze GSM/UMTS.

Le strutture in mattoni possono essere considerate omogenee, e per le strutture in mattoni pieni la costante dielettrica è elevata (4-5), con parte immaginaria dell'ordine di 0.1 (è dunque presente un assorbimento).

Dati lo spessore elevato della muratura, e il valore abbastanza grande della costante dielettrica, al variare dell'angolo di incidenza la variazione del coefficiente di riflessione sarà abbastanza forte.

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Per studiare queste strutture, il modello a linee di trasmissione funziona senza problemi.

Lo stesso approccio si può utilizzare per le strutture in pavimento, ma in questo caso si deve tenere conto della presenza di strutture metalliche a rete.

Quando le strutture esaminate sono sottili rispetto alla lunghezza d'onda (anche la muratura esterna, se lavoro alle frequenze FM a 100 MHz, è sottile), risulta più semplice utilizzare una strategia diversa da quella classica applicata ai mezzi stratificati.

Supponiamo di avere un muro fatto da due blocchi: normalmente lavorerei con una struttura in linea di trasmissione per calcolare l'attraversamento del muro, ma se uno di questi strati è sottile, o sono tutti sottili, si preferisce utilizzare la condizione di foglio.

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Consideriamo un sottile foglio (disposto ortogonalmente all'asse z) di materiale dielettrico di spessore t e costante dielettrica relativa (equivalente) ε_r , con $\mu_r = 1$.

La seconda equazione di Maxwell in tale strato sarà:

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0\underline{E} = j\omega\varepsilon_0\underline{E} + j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0\underline{E}$$

essendo ε_0 la costante dielettrica delle regioni esterne.

Confrontando tale equazione con la equazione generale (per le regioni esterne):

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = j\omega\varepsilon_0\underline{E} + \underline{J}$$

si vede che il materiale dello strato può essere sostituito dallo spazio esterno, se però si aggiungono delle correnti (di polarizzazione) date da:

$$\underline{J}_p = j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0\underline{E}$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Applichiamo questo risultato al caso di uno strato sottile, sia rispetto alla lunghezza d'onda nelle regioni esterne, sia rispetto alla lunghezza d'onda interna:

$$\beta_0 t \ll 1; \quad \left| \sqrt{\varepsilon_r} \right| \beta_0 t \ll 1$$

essendo $\beta_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ la costante di propagazione delle regioni esterne.

La seconda condizione ci consente di assumere il campo elettrico, e di conseguenza la corrente di polarizzazione, costanti nello strato.

Poichè la corrente ortogonale alla interfaccia dello strato deve annullarsi a tali interfacce, sarà nulla dappertutto, e pertanto ci interessa solo la corrente, e quindi il campo, allineato con lo strato.

Tale campo sarà tangente alla interfaccia, e quindi pari al campo esterno tangente alle due interfacce \underline{E}_t .

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Essendo $\beta_0 t \ll 1$, possiamo assumere che, in direzione longitudinale, la densità di corrente \underline{J}_p sia concentrata tutta nella stessa posizione.

Si ha quindi una corrente superficiale, che scorre ortogonalmente all'asse z , di valore pari a:

$$\underline{J}_s = \underline{J}_p \cdot t = j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \underline{E}_t \cdot t$$

Pertanto possiamo sostituire allo strato questa corrente superficiale.

Conseguenza di ciò è che alla superficie $z = 0$ si deve avere campo elettrico tangente continuo e campo magnetico tangente discontinuo, da cui le seguenti “sheet conditions”:

$$\underline{E}_{2,t} = \underline{E}_{1,t}$$

$$\underline{i}_{-z} \times \underline{H}_2 = \underline{i}_{-z} \times \underline{H}_1 + \underline{J}_s$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Se sullo strato incide una onda piana di ampiezza E_i , possiamo ricavare i campi trasmessi e riflessi trattando lo strato come se fosse una discontinuità.

La presenza di una corrente superficiale produce una discontinuità del campo magnetico trasverso a z , dato da:

$$\underline{i}_z \times (\underline{H}_2 - \underline{H}_1) = \underline{J}_s$$

dove il pedice 1 indica il campo a sinistra e il pedice 2 quello a destra.

Nel nostro caso la corrente è dovuta al campo elettrico trasverso \underline{E}_t , e quindi si ottiene una condizione di continuità (o meglio, di discontinuità) dei campi in $z = 0$:

$$\underline{i}_z \times (\underline{H}_2 - \underline{H}_1) = Y_s \cdot \underline{E}_t \quad \text{con} \quad Y_s = j\omega(\epsilon_r - 1)\epsilon_0 t$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Si ottiene quindi per i campi:

$$E_i + E_r = E(0^+)$$

$$\frac{E_i}{\zeta} - \frac{E_r}{\zeta} = Y_s E(0^+) + \frac{E(0^+)}{\zeta} = \left[Y_s + \frac{1}{\zeta} \right] \cdot E(0^+) = \frac{E(0^+)}{Z_{eq}}$$

La discontinuità della corrente (2° relazione) è collegata all'impedenza Z_{eq} che si ottiene facendo il parallelo della ammettenza caratteristica del mezzo a destra, e della ammettenza Y_s con cui possiamo modellare lo strato.

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Nella seconda equazione di Maxwell è come se avessi al posto dello strato il vuoto più la corrente di polarizzazione di quel dielettrico.

$$j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0\underline{E} = j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0\underline{E} + j\omega\varepsilon_0\underline{E}$$

Se lo strato fosse sottile rispetto alla lunghezza d'onda sia esterna che interna questa corrente può essere considerata costante e tutta concentrata in un punto.

Supponendo anche il campo costante (strati sottili), ci sarà un'unica corrente superficiale lungo la direzione della muratura:

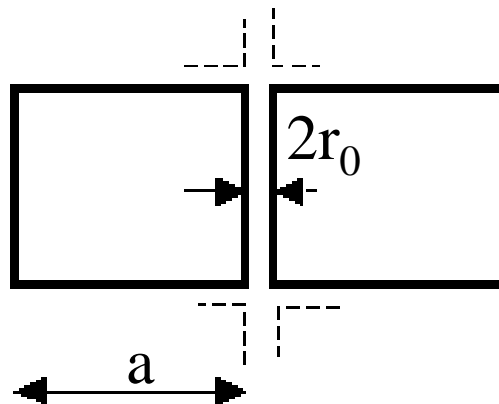
$$\underline{J}_s = \underline{J}_p \cdot t = j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 t \cdot \underline{E}$$

La corrente superficiale corrisponde ad avere un campo magnetico discontinuo all'interfaccia, quindi in linea di trasmissione equivalente significa corrente discontinua e lo strato può essere rappresentato semplicemente come un'ammettenza Y_s in parallelo.

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Questo modello è utilizzabile quando si ha a che fare con strati sottili poggiati su strati più spessi oppure con pareti sottili rispetto alla lunghezza d'onda in gioco (ad es. radio FM).

Un discorso simile si potrebbe fare nel caso in cui si abbia a che fare con una struttura sottile come una struttura a griglia (ad es. pavimento che sostiene il solaio).



Consideriamo qui solo una griglia a maglia quadrata, con dimensione della maglia $a \ll \lambda$ (in genere è sufficiente che $a < \lambda/4$), e raggio dei fili r_0 piccolo rispetto ad a .

Una tale griglia, supposta con estensione laterale infinita, può essere sostituita da una corrente superficiale, dipendente dal campo elettrico.

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Si ha quindi una sheet condition, in cui la corrente superficiale è data dalla seguente equazione (condizione di Kontorovich):

$$\underline{E}_t = j\gamma\zeta \left[\underline{J}_s + \frac{1}{2\beta_0^2} \nabla_t \nabla_t \underline{J}_s \right] \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{a}{\lambda} \ln \left(\frac{a}{2\pi r_0} \right) \quad \text{e} \quad \nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \underline{i}_x + \frac{\partial}{\partial y} \underline{i}_y$$

Poiché la corrente superficiale si ottiene risolvendo una equazione, la precedente condizione è agevole solo nel caso di onda piana.

Se l'onda ha incidenza ortogonale, allora sia i campi, sia la corrente superficiale sono costanti in direzione trasversa a z.

La condizione di Kontorovich si riduce allora ad una sheet condition standard, di ammettenza:

$$Y_s = j \cdot \zeta \cdot \gamma$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Nel caso di incidenza obliqua, con vettore di propagazione del campo incidente nel piano (x,z) i campi e le correnti varieranno (rispetto a (x,y)) come $\text{Exp}(-jk_x x)$.

Quindi l'operatore laplaciano trasverso e il conseguente campo saranno:

$$\nabla_t \longrightarrow \underline{i}_x (-jk_x) + \underline{i}_y 0 = -jk_x \underline{i}_x$$

$$\underline{E}_t = j \cdot \zeta \cdot \gamma \cdot \left[\underline{J}_s + \frac{1}{2\beta_0^2} (-jk_x \underline{i}_x) \cdot (-jk_x \underline{i}_x) \cdot \underline{J}_s \right] = j \cdot \zeta \cdot \gamma \cdot \left[\underline{J}_s - \frac{k_x^2}{2\beta_0^2} \underline{i}_x \cdot (\underline{J}_s \cdot \underline{i}_x) \right]$$

Se il campo elettrico è orientato lungo y (orientazione s), l'ammettenza equivalente della griglia è $j\gamma\zeta$, come nel caso di incidenza ortogonale, mentre nel caso di orientazione lungo x (orientazione p), l'ammettenza diventa:

$$j \cdot \zeta \cdot \gamma \cdot \left[1 - \frac{k_x^2}{2\beta_0^2} \right]$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Supponiamo di avere uno strato sottile di 30 cm (pavimento) sopra il quale è poggiata una griglia di metallo e che il segnale sia a bassa frequenza ($f=100\text{MHz}$).

Calcoliamo la riflessione, considerando che si avranno due ammettenze in parallelo dovute una alla griglia di metallo e l'altra al pavimento.

L'ammettenza dovuta al pavimento sarà:

$$\begin{aligned} Y_{S,pav} &= j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 t = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot (4 - 1) \cdot 8.86 \cdot 10^{-12} \cdot 0.3 = \\ &= 50 \cdot 10^{-4} = 1 / 200 \end{aligned}$$

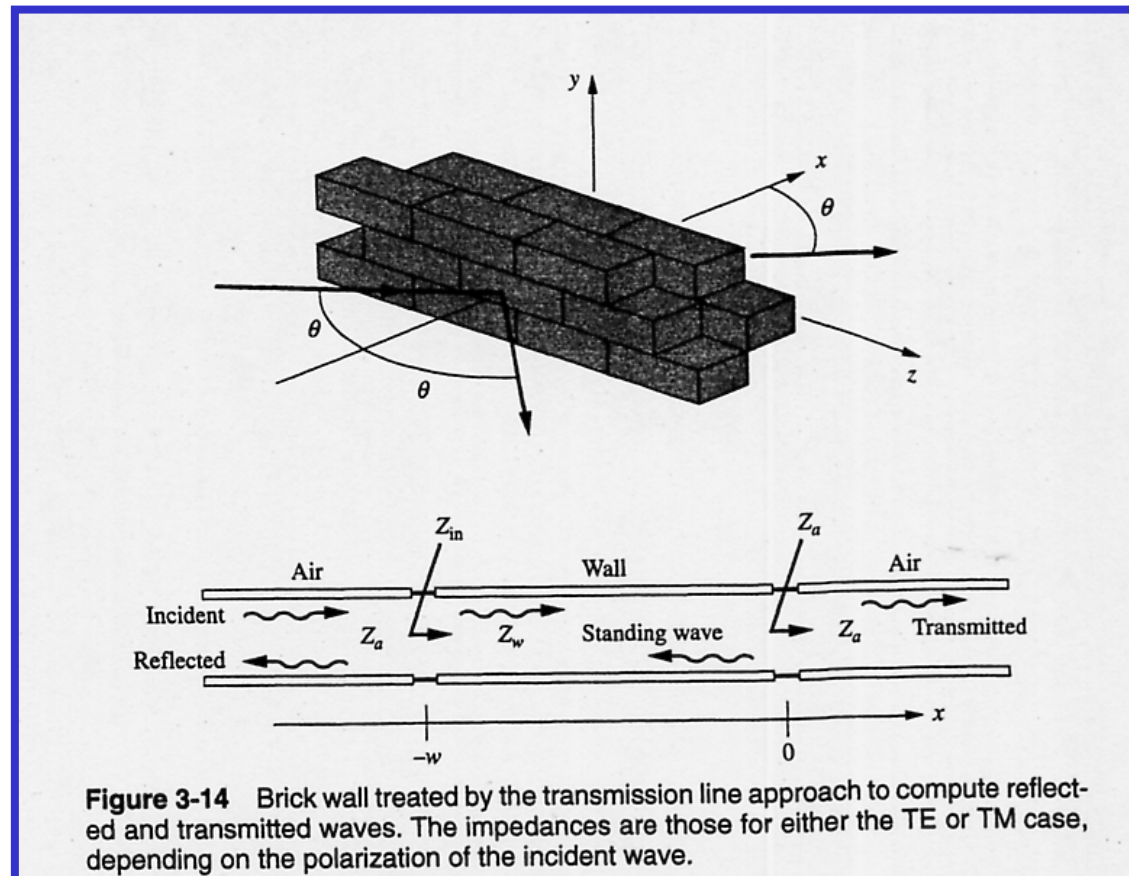
Tale valore può produrre una riflessione significativa, perché l'impedenza nel vuoto è circa 377Ω , quindi la potenza riflessa è dell'ordine del 5-10 %, essendo:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{Z_{S,pav} - Z_0}{Z_{S,pav} + Z_0} = \frac{200 - 377}{200 + 377} \rightarrow \\ |\Gamma| &= 0.3 \rightarrow \frac{P_{rifl}}{P_{inc}} = |\Gamma|^2 = 0.094 = 9.4\% \end{aligned}$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Alcuni muri e pavimenti possono essere modellizzati come uno o più strati dielettrici, come il muro di mattoni di figura.

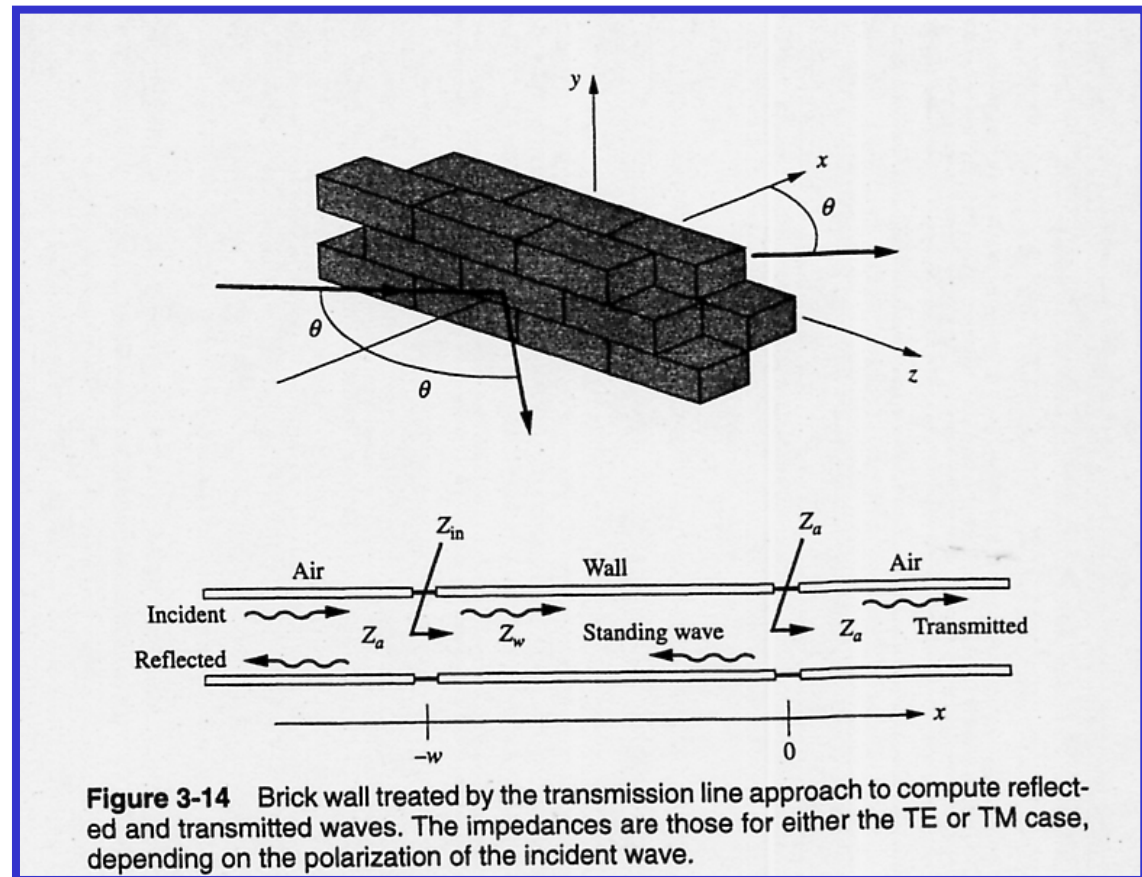
Se le facce dello strato dielettrico sono parallele fra loro, la legge di Snell applicata in successione su ogni interfaccia implica che il numero d'onda parallelo all'interfaccia deve essere lo stesso per ogni strato dielettrico.



Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Quindi se l'onda incidente viaggia parallelamente al piano orizzontale e forma un angolo θ con la normale, le onde trasmesse in aria dall'altra parte del muro si propagheranno anch'esse parallele al piano orizzontale formando lo stesso angolo θ con la normale.

Per ottenere la frazione di potenza che viene riflessa e trasmessa dal muro si può utilizzare il circuito equivalente in linea di trasmissione mostrato in figura.



Incidenza di onde piane su layer dielettrici

A causa del disadattamento di impedenza in $x=0$ e in $x=-w$, internamente al muro si insediano onde stazionarie.

Tutti i campi avranno la stessa variazione sul piano trasverso $e^{-j^*k^*z^*\sin\theta}$

Trascurando questo fattore comune, per entrambe le polarizzazioni le componenti trasverse dei campi elettrico e magnetico nel muro avranno la seguente dipendenza da x :

$$V(x) = V^+ e^{-j\beta_w x} + V^- e^{j\beta_w x}$$

V^+ e V^- : ampiezze delle componenti trasverse del campo elettrico per le onde che viaggiano nella direzione x positiva e negativa

$$I(x) = \frac{1}{Z_w} \left(V^+ e^{-j\beta_w x} - V^- e^{j\beta_w x} \right)$$

$\beta_w = k_w \cos\theta_w$: numero d'onda lungo x nel muro

Z_w : impedenza d'onda del muro per le polarizzazioni TE e TM

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Il rapporto fra tensione e corrente fornisce l'impedenza vista dalla linea di trasmissione:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} \quad \rightarrow \quad Z_{IN} = Z(-w) = Z_w \frac{Z_L + jZ_w \tan \beta_w x}{Z_w + jZ_L \tan \beta_w x} \quad \text{con } Z_L = Z_a$$

La precedente, nel caso di materiale con perdite, può essere espressa più convenientemente dalla:

$$Z_{IN} = Z_w \frac{Z_L \left(e^{+j\beta_w x} + e^{-j\beta_w x} \right) + Z_w \left(e^{+j\beta_w x} - e^{-j\beta_w x} \right)}{Z_w \left(e^{+j\beta_w x} + e^{-j\beta_w x} \right) + Z_L \left(e^{+j\beta_w x} - e^{-j\beta_w x} \right)}$$

Il coefficiente di riflessione in corrispondenza del muro di mattoni, rapporto fra le componenti trasverse del campo elettrico dell'onda riflessa e di quella incidente, è dato da (Z è l'impedenza d'onda TE o TM per l'aria):

$$\Gamma = \frac{Z_{IN} - Z}{Z_{IN} + Z}$$

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

La frazione di potenza incidente che viene riflessa è pari a $|\Gamma|^2$, e se il muro è senza perdite la frazione di potenza trasmessa oltre il muro nella regione in aria è pari a $(1-|\Gamma|^2)$.

Se invece sono presenti perdite, l'attenuazione dei campi nel muro deve essere tenuta in conto per calcolare la potenza trasmessa oltre il muro.

Dalla espressione della impedenza di ingresso si nota che vi sono due casi particolari in cui non vi è onda riflessa dal muro ($\Gamma=0$).

Per polarizzazione TM ed incidenza all'angolo di brewster θ_B , l'impedenza Z_w del materiale che costituisce il muro sarà uguale all'impedenza Z_a della regione in aria. In questo caso si ha $Z_{in}=Z_a$, e quindi $\Gamma=0$.

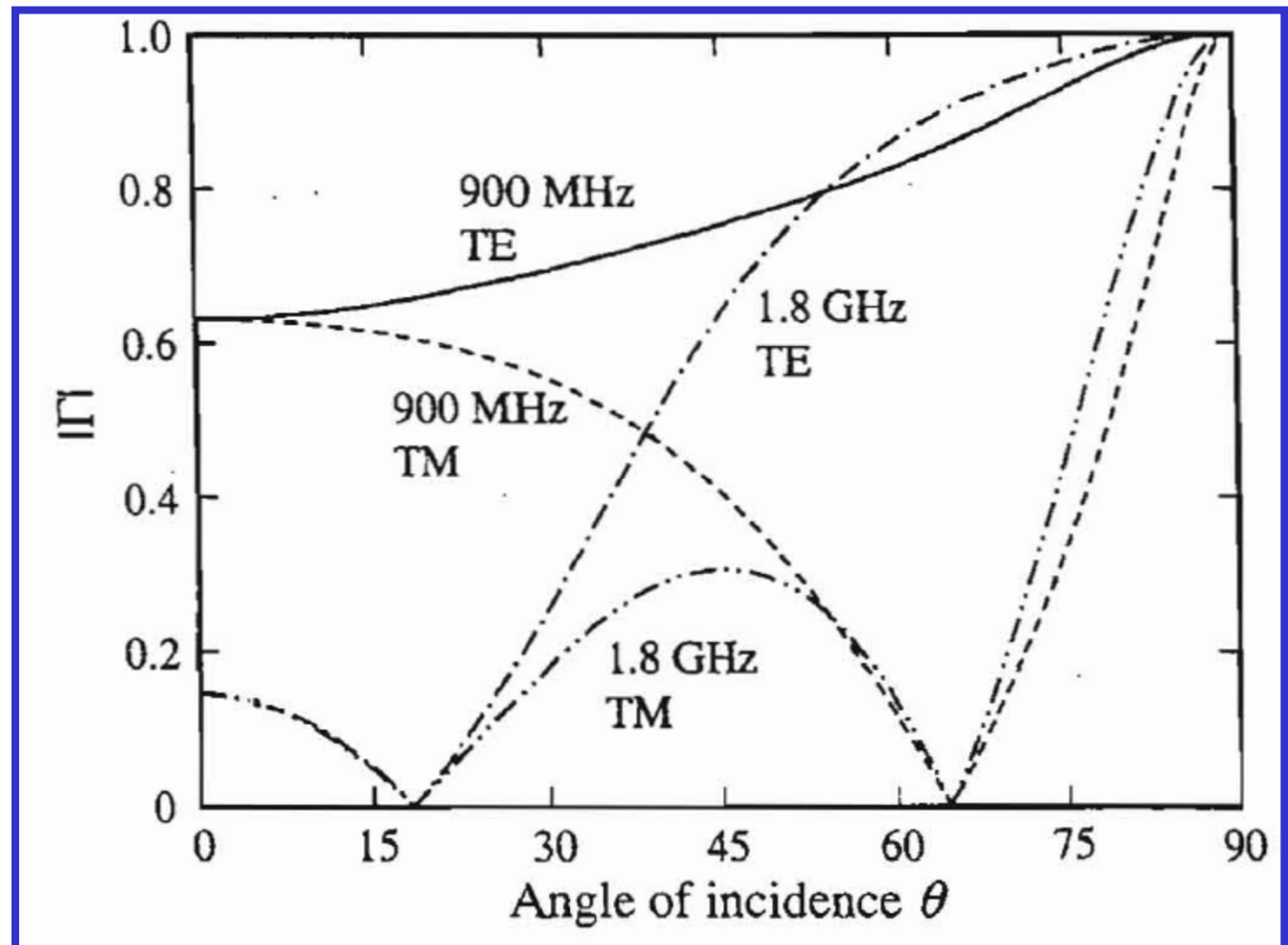
Il secondo caso in cui non si ha riflessione ($\Gamma=0$) si ha per entrambe le polarizzazioni TE e TM e capita quando la frequenza e l'angolo di incidenza sono tali che il cambio di fase $\beta_w * w$ è un multiplo di π , nel qual caso $\tan(\beta_w * w)=0 \rightarrow Z_{in}=Z_a \rightarrow \Gamma=0$.

Incidenza di onde piane su layer dielettrici

La figura mostra un grafico di gamma come funzione dell'angolo di incidenza θ per entrambe le polarizzazioni TE e TM per un'onda riflessa da un muro di mattoni con spessore $w=20$ cm, supponendo che la costante dielettrica sia $\epsilon_r=4.44$ e alle frequenze di 900 MHz e 1800 MHz.

Per $\theta=0$ c'è una riflessione finita e uguale per entrambe le polarizzazioni.

A 90° per entrambi i casi c'è una riflessione totale.



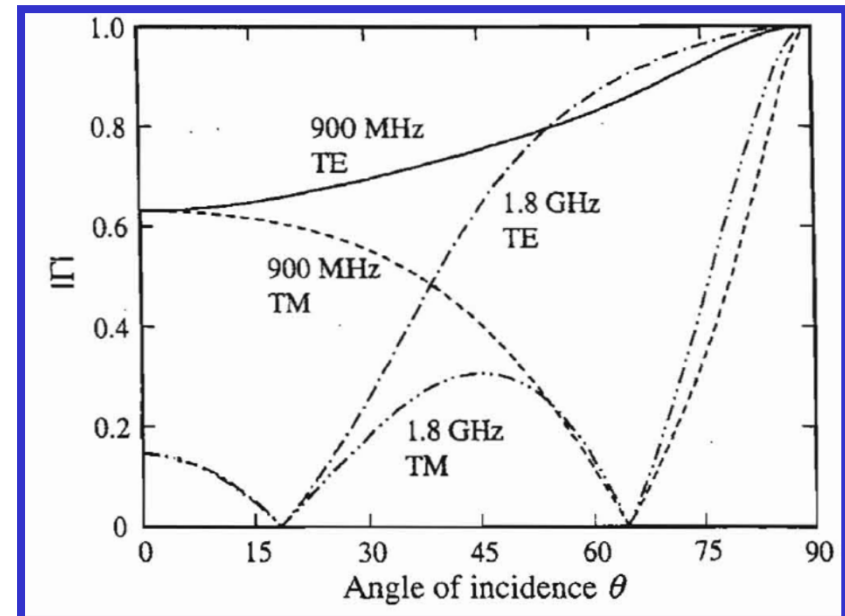
Incidenza di onde piane su layer dielettrici

Questo comportamento ai due angoli limite (0° e 90°) è lo stesso per tutti i tipi di muri.

Per la polarizzazione TM, la condizione dell'angolo di Brewster a $\theta_B = 64.6^\circ$ provoca l'annullamento del coefficiente di riflessione a entrambe le frequenze.

A 1800 MHz c'è un ulteriore adattamento di impedenza per entrambe le polarizzazioni a $\theta = 18^\circ$ circa dovuto al fatto che $\beta_w * w = 5\pi$ per quel valore di θ , e quindi il coefficiente di riflessione va a zero.

Dato che l'onda polarizzata TM a 1800 MHz ha due zeri per Γ a 18° ed a 65° , il suo modulo è piccolo in tutto l'intervallo compreso in tali angoli.



Riflessione in muri con perdite

Nel caso in cui il materiale che costituisce il muro abbia perdite, l'impedenza di ingresso deve essere calcolata tenendo conto della parte immaginaria di ε , ε'' . In questo caso di ε complessa, il numero d'onda nel mezzo vale:

$$k_w = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r' - j\varepsilon_r''}$$

Il numero d'onda trasverso è anche esso complesso:

$$\beta_w = k \sqrt{\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' - \sin^2 \vartheta} = k_{Tw} - j\alpha_{Tw}$$

Anche la impedenza della linea di trasmissione equivalente è complessa sia per l'onda TE che per quella TM:

$$Z_w^{TE} = \frac{\zeta}{\sqrt{\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' - \sin^2 \vartheta}};$$

$$Z_w^{TM} = \frac{\zeta}{\varepsilon_r' - j\varepsilon_r''} \sqrt{\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' - \sin^2 \vartheta}$$

Riflessione in muri con perdite

L'impedenza di ingresso è quindi:

$$Z_{IN} = Z_w \frac{Z_L \left(e^{+jk_{Tw}x} e^{\alpha_{Tw}x} + e^{-jk_{Tw}x} e^{-\alpha_{Tw}x} \right) + Z_w \left(e^{+jk_{Tw}x} e^{\alpha_{Tw}x} - e^{-jk_{Tw}x} e^{-\alpha_{Tw}x} \right)}{Z_w \left(e^{+jk_{Tw}x} e^{\alpha_{Tw}x} + e^{-jk_{Tw}x} e^{-\alpha_{Tw}x} \right) + Z_L \left(e^{+jk_{Tw}x} e^{\alpha_{Tw}x} - e^{-jk_{Tw}x} e^{-\alpha_{Tw}x} \right)}$$

Quando lo spessore del muro è tale che $\alpha_{Tw}w \geq 1$, il primo termine in ogni parentesi è molto maggiore del secondo, e $Z_{IN} = Z_w$

Le perdite abbattano le riflessioni multiple internamente al muro e il muro appare all'onda incidente come infinitamente sottile.

Per dimostrare l'effetto di perdite nel muro, si è calcolato il coefficiente di riflessione come funzione dell'angolo di incidenza a 4 GHz assumendo che $\epsilon_r = 4 - j0.1$ nel caso di muro di mattoni di spessore $w = 30$ cm e nel caso di semispazio infinito con costante dielettrica $\epsilon_r = 4 - j0.1$ ($w \rightarrow \infty$).

Riflessione in muri con perdite

I risultati evidenziano che le onde stazionarie che si insediano internamente al muro sono fortemente attenuate al punto che il valore di Γ per lo spessore del muro w finito (30 cm) mostra solamente una piccola oscillazione attorno alla curva corrispondente al semispazio infinito ($w \rightarrow \infty$).

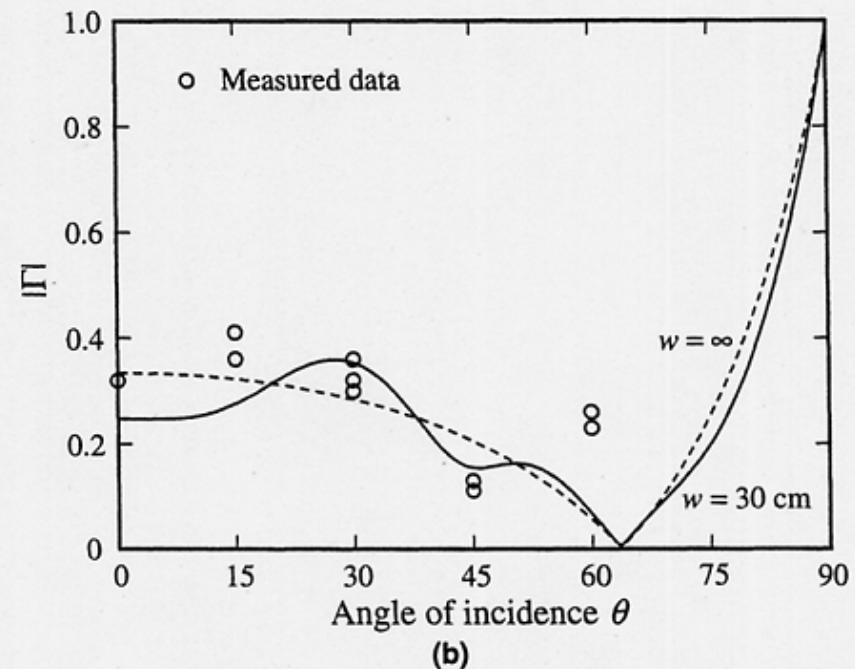
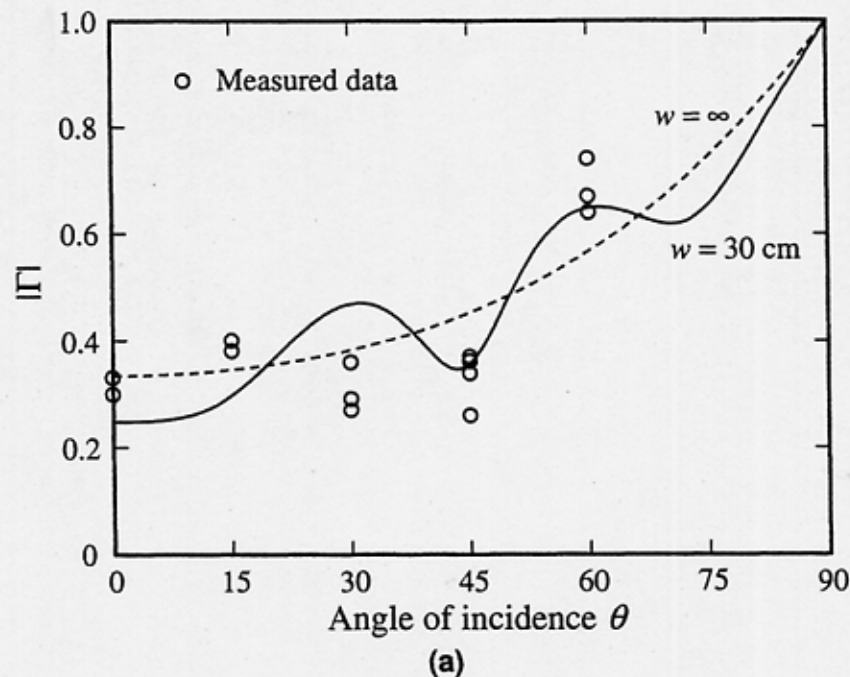


Figure 3-16 Measured and theoretical values of $|\Gamma|$ versus angle of incidence at a brick wall for 4 GHz and (a) TE polarization; (b) TM polarization. The measurements reported in [7] have been replotted for comparison with calculations assuming that $\epsilon_w' = 4$, $\epsilon_w'' = 0.1$ for a wall of thickness $w = 30$ cm, shown by the solid curves, and for a dielectric half-space, shown by the dashed curves.

Riflessione in muri con perdite

E' difficile paragonare questi risultati a quelli teorici dato che lo spessore del muro, la costruzione reale dietro il primo strato di mattoni e le finiture non sono state descritte.

Entrambi i modelli per uno spessore finito e per un semispazio dielettrico infinito mostrano circa lo stesso accordo con le misure.

La somiglianza dei coefficienti di riflessione per spessore finito e semipiano dielettrico infinito è significativa per modelli di previsione sulla propagazione.

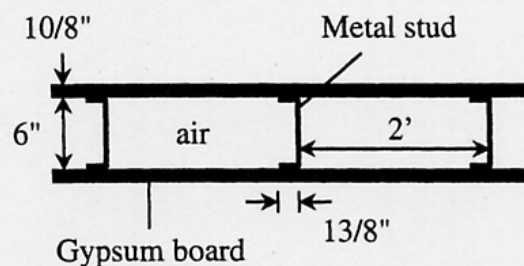


Figure 3-17 Dimensions for a gypsum board walls built on metal studs [16] (©1994 IEEE).

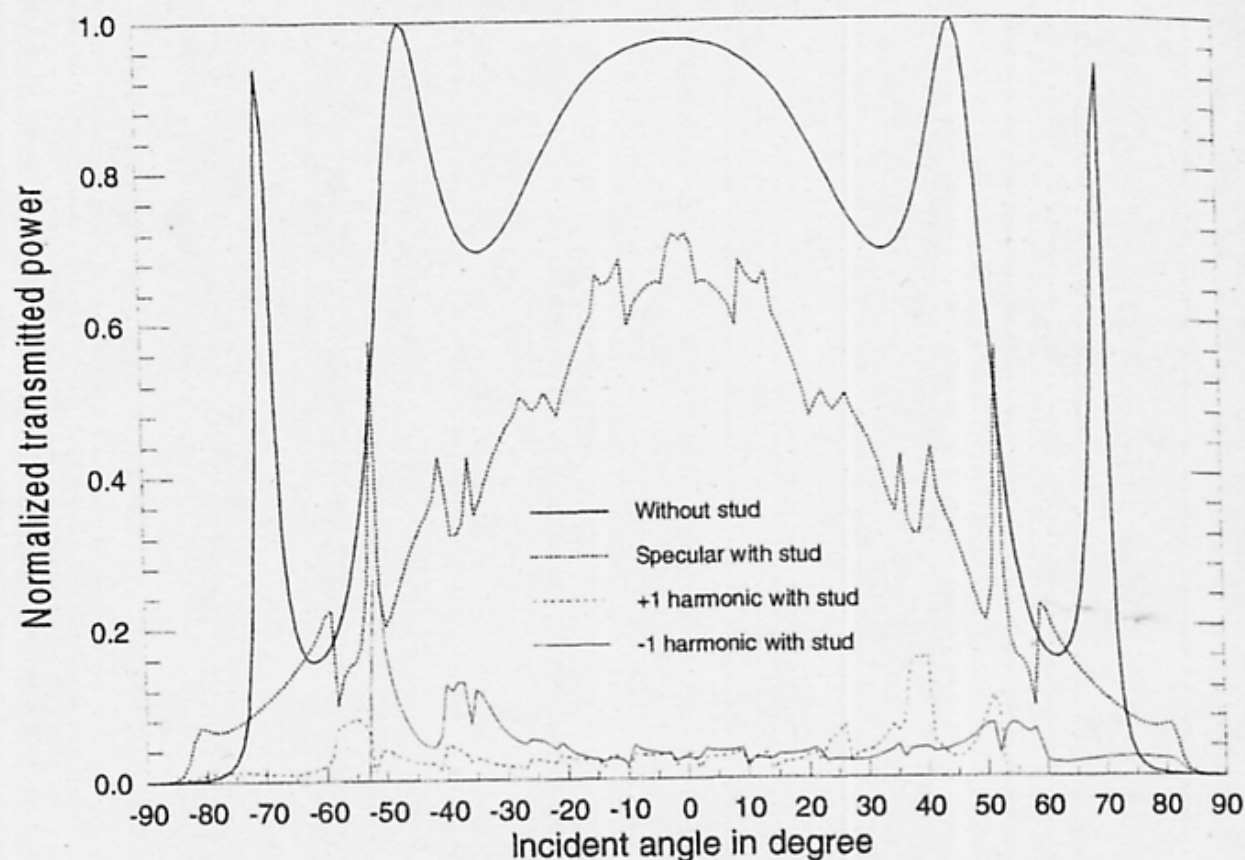


Figure 3-18 Fraction of the incident power transmitted through a gypsum board wall at 2.4 GHz computed with and without the metal studs. Also plotted are the fractions of the power transmitted into the first-order diffraction orders accounting for the studs. Calculations are for the dimensions in Figure 3-17 [16] (©1994 IEEE).

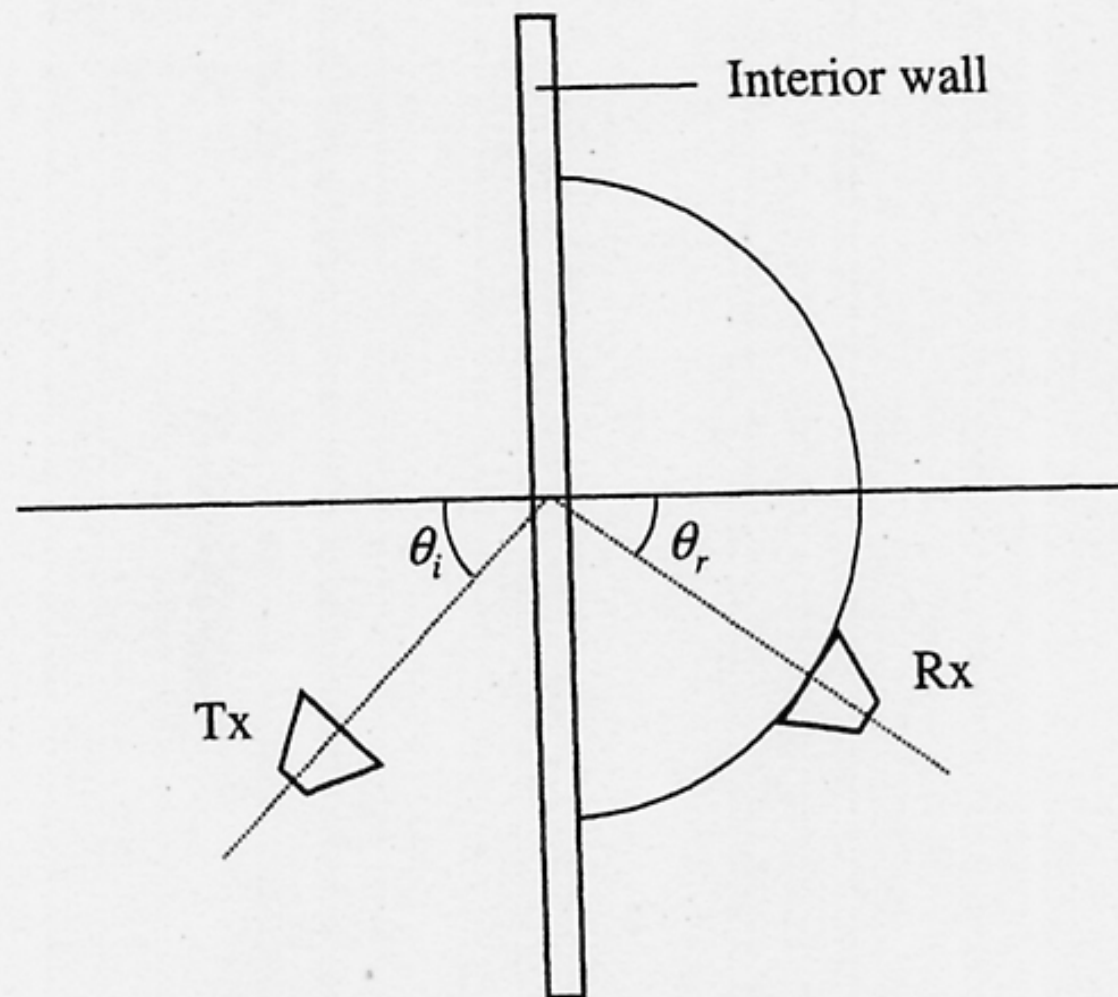


Figure 3-19 Using horn antennas to measure the transmission properties of interior walls.

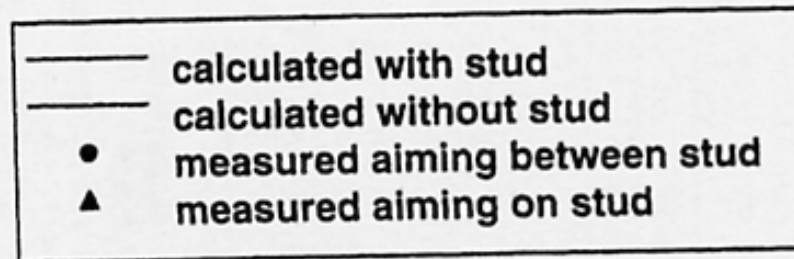
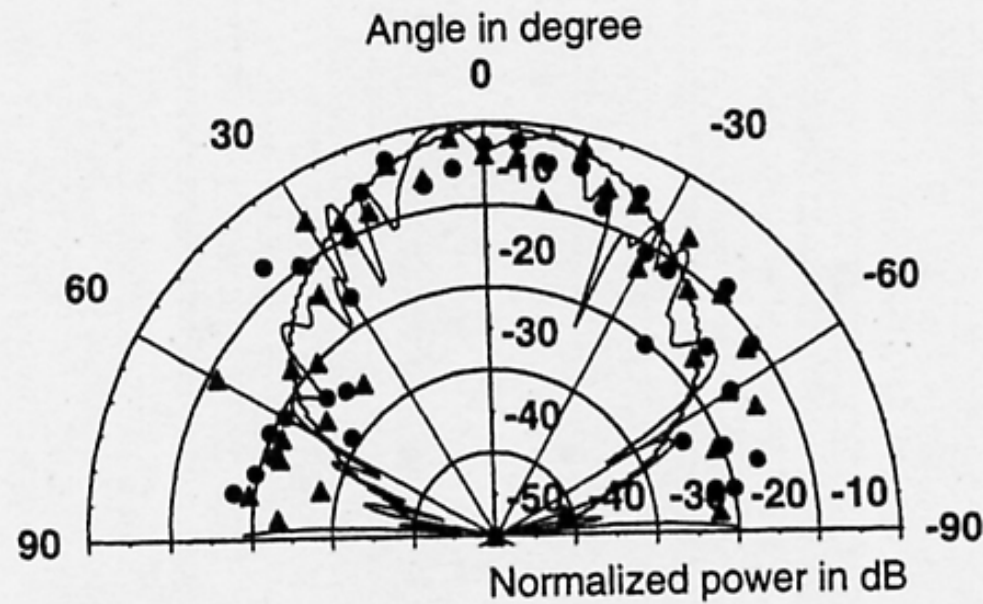


Figure 3-20 Measured and simulated values of received power using the approach in Figure 3-19 for normal incidence on a gypsum board wall at 2.6 GHz. The wall dimensions are the same as those for Figure 3-17 [16] (©1994 IEEE).

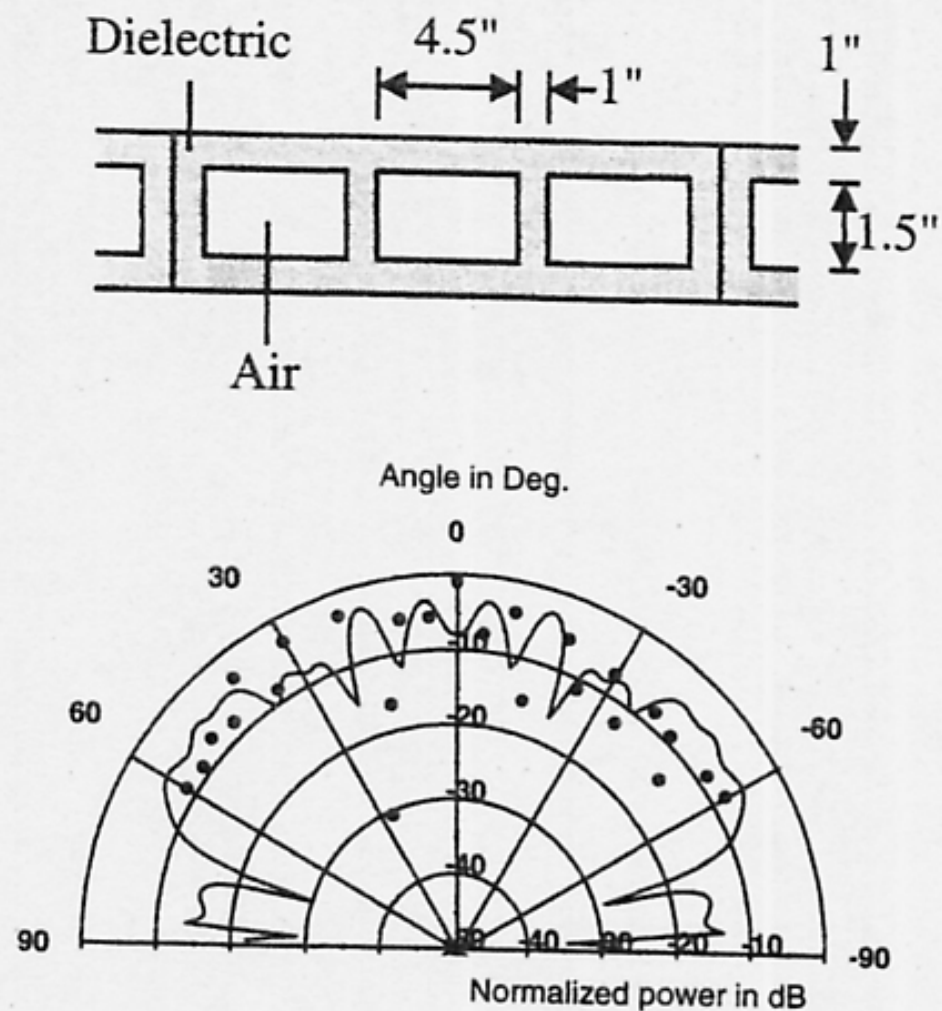


Figure 3-21 Dimensions of a concrete block wall and the measured and computed received power at 2.6 GHz using horn antennas as indicated in Figure 3-19 [16] (©1994 IEEE).